انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال دارای میدان مغناطیسی و مانع متخلخل با استفاده از مدل دارسی-برینکمن - فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن*

مقاله پژوهشی

ساعد بازخانه(۱) ایمان زحمتکش(۲)

چکیده *در این پژوهش، انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال در حضور میدان مغناطیسی خارجی و مانع متخلخل شبیه‌سازی و تجزیه و تحلیل می‌شود. برای شبیه‌سازی میدان جریان درون مانع متخلخل، مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن اعمال می‌شود. سپس، با استفاده از روش طراحی آزمایشات، اثر متغیرهای مؤثر بر میزان انتقال گرما مطالعه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که نوع نانوذرات با سهم ۶۲/۷۹ درصد، بیشترین تأثیر را بر میزان تبادل گرما دارد. متغیرهای دوم و سوم، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز به‌ترتیب با سهم ۲۰/۷۱ و ۷/۵۸درصد است. سهم عدد هارتمن و کسرحجمی نانوذرات نیز در حدود ۳درصد برآورد می‌شود. باوجوداین، مشاهده می‌شود که در مسئلهٔ حاضر، تأثیر ضریب تخلخل، جنس و عدد دارسی مانع بر مقدار عدد ناسلت میانگین ناچیز است.*

واژه‌های کلیدی **نانوسیال، میدان مغناطیسی، محیط متخلخل، روش شبکهٔ بولتزمن، مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر، روش طراحی آزمایشات.**

مقدمه

انتقال گرمای هم‌رفتی یکی از ۳روش انتقال گرما به‌شمار می‌آید. ۲روش دیگر، رسانش و تابش هستند. انتقال گرمای هم‌رفتی شیوه‌ای از انتقال گرماست که در آن، انرژی گرمایی می‌تواند در اثر اختلاف دما، بین یک سطح و سیال درحال عبور از روی آن مبادله شود. بسته به اینکه عامل هم‌رفت چه باشد، انتقال گرمای هم‌رفتی به ۲گونه انجام می‌شود: الف) هم‌رفت اجباری که یک نیروی خارجی باعث حرکت سیال روی سطح می‌شود و ب) هم‌رفت آزاد یا طبیعی که در آن، حرکت سیال به‌دلیل نیروی شناوری است، که خود بر اثر تغییر چگالی ناشی از تغییر دمای سیال ایجاد شده است.

در میان مسائل هم‌رفت اجباری، انتقال گرما در کانال‌ها و لوله‌ها همواره از مهم‌ترین مسائل بوده است؛ زیرا کاربردهای فراوانی در مبدل‌های گرمایی، کلکتورهای خورشیدی، بویلرها، مبدل‌های قدرت، رآکتورهای شیمیایی، میکرومبدل‌های گرمایی، خنک‌کننده‌های وسایل الکترونیکی، مبدل‌های کاتالیستی و رادیاتور خودرو دارند. برای بهبود تبادل گرما در این‌گونه وسایل، در سال‌های گذشته شاهد تحقیقات فراوانی روی (الف) استفاده از مواد متخلخل، (ب) بهره‌گیری از نانوسیال به‌عنوان سیال عامل و (ج) اعمال میدان مغناطیسی به سیال عامل بوده‌ایم. در ادامه، برخی از این مطالعات بررسی می‌شوند.

فکور و همکاران[1] جریان آرام و انتقال گرما را در یک کانال متخلخل با دیوارهای نفوذپذیر و در حضور میدان مغناطیسی مطالعه کردند. آن‌ها دریافتند که افزایش عدد هارتمن، سرعت نانوسیال را کاهش و مقدار بیشینهٔ دما را افزایش می‌دهد.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۷/۱ و تاریخ پذیرش آن ۰۰/۱/۳۰ می‌باشد.

DOI: 10.22067/jacsm.2021.56842.0

(۱) دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

(۲) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

Email: Zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

ایزدی و همکاران[2] انتقال گرمای هم‌رفت طبیعی را در یک محفظهٔ متخلخل در حضور ۲میدان مغناطیسی متغیر شبیه‌سازی کردند و مشخص شد که با افزایش نفوذپذیری محیط متخلخل، مقدار عدد ناسلت کم می‌شود.

بضاعت‌پور و گوهرخواه[3] تأثیر میدان مغناطیسی بر نرخ انتقال گرمای هم‌رفت اجباری را در یک چاه گرمایی دارای پره‌های متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی بررسی کردند. از نتایج مهم آن‌ها این بود که با افزایش شدت میدان مغناطیسی، میزان ضریب انتقال گرمای هم‌رفتی افزایش می‌یابد.

حیدری و همکاران[4] حلی عددی برای جریان نانوسیال در داخل کانالی با سطح مقطع مستطیل‌شکل در حضور میدان مغناطیسی ارائه کردند و دریافتند که با افزایش کسرحجمی نانوذرات، عدد ناسلت بیشتر می‌شود.

زحمتکش و شاندیز[5] پژوهشی برای یافتن حالت بهینه برای انتقال گرمای هم‌رفت توأم و طبیعی نانوسیالات در یک محفظهٔ متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی انجام دادند. باتوجه‌به نتایج آن‌ها، حالت بهینه در همهٔ شرایط برای نانوسیال آب‌اکسید مس با گوی‌های شیشه‌ای به‌دست آمد. همچنین، مشاهده شد که مهم‌ترین عامل در هم‌رفت توأم، مادهٔ سازندهٔ محیط متخلخل است.

در ۲دههٔ گذشته شاهد شکل‌گیری روشی قدرتمند در زمینهٔ تحلیل جریان به‌نام روش شبکهٔ بولتزمن بوده‌ایم. این روش که با پیروی از روش شبکهٔ گازی و برای رفع نقایص آن به‌وجود آمده، به‌سرعت جایگاه خود را در تحلیل جریان‌های پیچیده تثبیت کرده است[6]. در روش شبکهٔ بولتزمن به‌واسطهٔ نگاه میکروسکوپی به مفهوم سیال، توابع توزیع سیال به‌عنوان مبنای تحلیل جریان سیال قلمداد می‌شود. به‌کارگیری توابع توزیع که بیانگر احتمال حضور ذرات سیال در یک مکان دل‌خواه است، به این روش اجازه می‌دهد به‌جای حل معادلات غیرخطی ناویر–استوکس، به حل معادلهٔ ساده‌شده و شبه‌خطی انتقال بولتزمن بپردازد[7]. نخستین‌بار در سال۱۹۸٦ اوریل و همکاران[8] یک حل عددی برای معادلهٔ بولتزمن ارائه کردند. در ادامه، این روش را مک‌نامارا و زانتی[9]، هیگورا و جیمنز[10] و چن و همکاران[11] توسعه دادند.

مرور مقالات موجود نشان می‌دهد که روش شبکهٔ بولتزمن پیش از این کمتر برای شبیه‌سازی جریان و انتقال گرمای نانوسیالات در حضور هم‌زمان میدان مغناطیسی و محیط متخلخل به کار رفته است. برخی کارهای انجام‌شده به این شرح است: آشوری‌نژاد و ضرغامی[12] اثر میدان مغناطیسی را روی انتقال گرمای نانوسیال آب‌مس درون کانالی که قسمتی از آن متخلخل بوده است و دیوار زیرین آن موجی‌شکل بود، با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن شبیه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن افزایش می‌یابد. همچنین، ثروتی و همکاران[13] اثر میدان مغناطیسی را روی انتقال گرمای هم‌رفتی نانوسیال آب‌آلومینا در یک کانال دارای لایهٔ متخلخل به‌روش شبکهٔ بولتزمن بررسی کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد هارتمن و کسرحجمی نانوذرات، میزان انتقال گرما افزایش می‌یابد. باید در نظر داشت که موارد ساده‌تری که در آن‌ها فقط یک یا ۲عامل از عوامل فوق مؤثر باشند، بیشتر بررسی شده‌اند که در ادامه، نمونه‌هایی از آن‌ها آورده شده است:

گلنشان و لهونیان[14]با کمک روش شبکهٔ بولتزمن، پخش نانوذرات در یک بافت سرطانی را تحت میدان مغناطیسی در خلال فرایند هایپرترمیا مطالعه کردند. مشاهده شد که با تزریق چندگانهٔ نانوذرات می‌توان به یک توزیع یکنواخت از نانوذرات در داخل بافت دست یافت.

نظری و همکاران[15] با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن، انتقال گرما را در یک کانال در حضور مانع متخلخل بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که با کاهش نفوذپذیری مانع متخلخل، مقدار عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد. همچنین، مشخص شد که با

افزایش اندازهٔ مانع متخلخل، میزان انتقال گرما به‌طرز چشمگیری بیشتر می‌شود.

رنگ و همکاران[16] با بهره‌گیری از روش شبکهٔ بولتزمن، پژوهشی را درباره نصب موانع متخلخل درون مبدل‌های گرمایی لوله‌ای انجام دادند. یکی از نتایج مهم آن‌ها این بود که با افزایش ضریب تخلخل موانع متخلخل، عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

آبچویه و همکاران[17] با به‌کارگیری روش شبکهٔ بولتزمن، مقدار عدد ناسلت میانگین را در یک کانال مستطیل‌شکل دارای ٤مانع درون آن محاسبه کردند. نتایج نشان داد که با افزایش اندازهٔ نانوذرات و کاهش فاصلهٔ بین موانع متخلخل، میزان عدد ناسلت میانگین نیز افزایش می‌یابد.

فنگ و همکاران[18] انتقال گرمای هم‌رفتی را در یک محیط متخلخل با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن شبیه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که با کاهش عدد دارسی، مقدار عدد ناسلت میانگین بیشتر می‌شود.

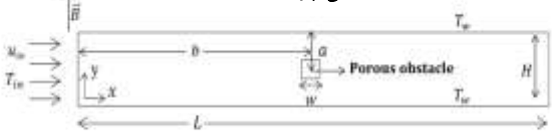
محبی و همکاران[19] مطالعه‌ای روی جریان و انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال در حضور چشمه‌های گرمایشی و سرمایشی را که به‌صورت جداگانه و شیاردار در داخل کانال نصب شده بودند، با استفاده از روش شبکهٔ بولتزمن انجام دادند. یکی از نتایج مهم آن‌ها این بود که نصب موانع روی دیوارهای کانال می‌تواند میزان انتقال گرما را افزایش دهد.

سجادی و همکاران[20] پژوهشی روی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال گرمای هم‌رفت طبیعی در یک محیط متخلخل به‌روش شبکهٔ بولتزمن انجام دادند. آن‌ها دریافتند که عدد ناسلت میانگین با افزایش عدد دارسی و ضریب تخلخل بیشتر می‌شود.

محیط متخلخل بیشتر برپایهٔ قانون دارسی مطالعه شده است. قانون دارسی، سرعت سیال را به‌صورت تابع صریحی از شیب فشار تعیین می‌کند و برای جریان‌هایی با عدد رینولدز بسیار کم کاربرد دارد. برای جریان‌هایی با رینولدزهای بالاتر، قانون دارسی باید اصلاح شود تا اینرسی و اثرات گران‌روی را اعمال کند. برای این منظور، جملات فرچهیمر و برینکمن به قانون دارسی اضافه شده‌اند. جملهٔ فرچهیمر، اثرات لختی را در نظر می‌گیرد[21] و جملهٔ برینکمن، اثرات گران‌روی و شرط نبود لغزش در دیوارهای نفوذناپذیر را اعمال می‌کند و همچنین، معادلات حرکت در سطح مشترک بین ناحیهٔ متخلخل و غیرمتخلخل را تطابق می‌دهد که مانع از پرش سرعت در آن‌جا می‌شود[21]. بدین‌ترتیب، مدل گسترش‌یافتهٔ دارسی–برینکمن–فرچهیمر را می‌توان کامل‌ترین مدل برای شبیه‌سازی جریان در محیط‌های متخلخل دانست که استفاده از آن در سال‌های گذشته روبه‌افزایش است. به‌عنوان نمونه، گلی و زحمتکش[22] با بهره‌گیری از این مدل، جریان لغزشی را در میکرولوله‌های متخلخل در شرایط نبود تعادل گرمایی شبیه‌سازی کردند. رشیدی و همکاران[23] این مدل را برای تحلیل جریان و انتقال گرمای سیال مغناطیسی در اطراف یک مانع متخلخل به خدمت گرفتند. نمدچیان و همکاران[24] با ترکیب مدل دارسی–برینکمن–فرچهیمر و مدل مخلوط دوفازی، جریان و انتقال گرمای نانوسیال را در یک کانال حلقوی همراه با موانع متخلخل بررسی کردند. اسماعیلی و همکاران[25] با بهره‌گیری از مدل دارسی– برینکمن– فرچهیمر و مدل تک‌فازی، به شبیه‌سازی عددی یک کلکتور خورشیدی جذب مستقیم استفاده‌کننده از نانوسیال و محیط متخلخل پرداختند.

این تحقیق به شبیه‌سازی انتقال گرمای هم‌رفت اجباری نانوسیال در یک کانال دارای میدان مغناطیسی و مانع متخلخل با استفاده از اعمال مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن می‌پردازد. در ادامه، اثر عوامل مؤثر بر میزان تبادل گرما مطالعه می‌شود. باتوجه‌به تعدد متغیرهای تأثیرگذار بر مسئله، روش تاگوچی برای طراحی آزمایشات استفاده می‌شود. این امر امکان تحلیل اثر تک‌تک متغیرهای تأثیرگذار بر تبادل گرما در این مسئله را فراهم می‌کند. بدین‌ترتیب، نوآوری اول این پژوهش شامل اعمال هم‌زمان اثرات نانوسیال، میدان مغناطیسی و محیط متخلخل در روش شبکهٔ بولتزمن

است؛ به‌گونه‌ای که نانوسیال و میدان مغناطیسی در سرتاسر میدان حل و محیط متخلخل، فقط در بخشی از آن حضور دارد. نوآوری دوم این پژوهش، به‌کارگیری روش تاگوچی برای طراحی آزمایشات در تحلیل نتایج حل عددی چنین مسئله‌ای است. درحقیقت، برخلاف بیشتر پژوهش‌های گذشته (خواه به‌روش کلاسیک و خواه به‌روش طراحی آزمایشات) که در میان متغیرهای تأثیرگذار به بررسی اثر چند متغیر خاص بر تبادل گرما بسنده کرده‌اند، در این پژوهش، تأثیر همهٔ متغیرهای تأثیرگذار (۸ متغیر) به‌شکلی نظام‌مند مطالعه شده است. شایان ذکر است که استفاده از روش تاگوچی در تحلیل مسائل مختلف درحال افزایش است. به‌عنوان نمونه، شیروان و مأموریان[26] با استفاده از این روش، انتقال گرمای هم‌رفت توأم و تولید آنتروپی را در یک محفظهٔ مربعی با درپوش متحرک بهینه‌سازی کردند. جامعی و عباسی[27] با بهره‌گیری از این روش، بهترین شرایط کاری را برای انتقال گرمای نانوسیالات در یک چاه گرمایی میکروکانالی تعیین کردند. علی‌نژاد و اصفهانی[28] با کمک این روش، حالت بهینه در هم‌رفت طبیعی نانوسیال در محفظه‌ای نیم‌دایره‌ای را برای نیل به بیشترین تبادل گرما و کمترین تولید آنتروپی به‌دست آوردند. به‌تازگی نیز شریفی و همکاران[29] برپایهٔ این روش و محاسبات مکانیک کوانتومی، سورفکتنت بهینه برای پایدارسازی نانوسیال آلومیناآب‌نمک را تعیین کردند. علاوه بر این، بازخانه و زحمتکش[30] با کمک این روش به بررسی عوامل مؤثر بر هیدرودینامیک و انتقال گرمای نانوسیال در یک چاه گرمایی میکروکانالی دارای لایه‌های متخلخل پرداختند.



شکل ۱ طرح شماتیک هندسهٔ مطالعه‌شده

بیان مسئله

هندسهٔ این پژوهش، کانالی به‌طول L=۴۰ سانتی‌متر و عرض H = ۸ سانتی‌متراست که در شکل ۱ نشان داده شده است. همان‌گونه که مشخص است، یک مانع متخلخل با ابعاد $w \times w$ در فاصلهٔ $b =$ ۲۰ سانتی‌متر از ابتدای کانال قرار گرفته است که مرکز آن با دیوار بالایی $a =$ ٤ سانتی‌متر فاصله دارد.

در این پژوهش، مقدارهای $w =$ ۱, ۲, ٤cm برای اندازهٔ مانع متخلخل استفاده شده است. دمای نانوسیال ورودی $T_{in} =$ ۳۰۰K و دمای دیوارها $T_w =$ ۳٤۰K است.

فرض می‌شود که جریان دوبعدی، تک‌فازی، آرام، تراکم‌ناپذیر و پایدار است. محیط متخلخل، همگن و هم‌سانگرد است و مدل دارسی-برینکمن-فرچهیمر برای اندازهٔ حرکت به کار می‌رود. همهٔ خواص نانوسیال ثابت در نظر گرفته شده است و دمای فاز جامد و نانوسیال یکسان فرض می‌شود. علاوه بر این، از هدررفت گران‌رو، هم‌رفت طبیعی، تبادل تابش و گرمایش ژول صرف‌نظر می‌شود.

معادلات حاکم

در این پژوهش از روش شـــبکهٔ بولتزمن با تقر یب بی‌جی‌کی[31] به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\delta t, t+\delta t) - f_i(\mathbf{x}, t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_f}\Big(f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)\Big) + \mathbf{F}_i \qquad (۱)$$

در معادلهٔ بالا، $\mathbf{x}$ مختصات فضایی، t زمان، δt گام زمانی، F_i بردار نیروی حجمی، $f_i(x,t)$ تابع توزیع لحظه‌ای سرعت ذرات در جهت سرعت مجزای i و $\tau_f = \nu_{nf}/(\delta t. c_s^2) +$ ۰/۵ زمان آرامش هیدرودینامیکی هستند. همچنین، $c_s = c/\sqrt{۳}$ سرعت صوت شبکه‌ای است که در آن، c سرعت شبکه‌ای است که به‌صورت نسبت اندازهٔ شبکه، δx، به‌اندازهٔ گام زمانی شبکه، δt،

تعریف می‌شود. شایان ذکر است که در این پژوهش: $\delta x = \delta t = 1$.

سرعت‌های مجزا در شبکۀ D۲Q۹ در جهت‌های زیر تعریف می‌شوند[31]:

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_{i=0} &= 0\\ \mathbf{e}_{i=1-4} &= c(\cos[(i-1)\pi/2], \sin[(i-1)\pi/2])\\ \mathbf{e}_{i=5-8} &= \sqrt{2}c(\cos[(i-5)\pi/2 + \pi/4], \sin[(i-5)\pi/2 + \pi/4])\end{aligned} \quad (۲)$$

که ۴ – ۱ = i جهت‌های مربعی و ۸ – ۵ = i جهت‌های قطری شبکه را نشان می‌دهند. در رابطۀ (۱)، سمت چپ معادله، جملۀ انتشار و سمت راست معادله، جملات برخورد و نیروی حجمی است. در انتشار، ذرات در جهت f_iها به‌سمت نزدیک‌ترین گره شبکۀ مجاور خود حرکت می‌کنند، درحالی‌که برخورد سبب می‌شود ذرات به‌سمت تعادل محلی میل کنند.

با به‌کارگیری مدل دارسی–برینکمن–فرچهیمر، تابع توزیع تعادلی در محیط متخلخل به‌صورت زیر محاسبه می‌شود[32]:

$$f_i^{eq} = w_i\rho_{nf}\left[1 + \frac{e_i.V}{c_s^2} + \frac{(e_i.V)^2}{2c_s^4\varepsilon} - \frac{V.V}{2c_s^2\varepsilon}\right]_{i=0-8} \quad (۳)$$

که $V = ui + vj$ بردار سرعت ماکروسکوپی سیال و ε ضریب تخلخل است. فاکتور وزنی، w_i، به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$w_i = \begin{cases}\frac{4}{9};\ i=0\\ \frac{1}{9};\ i=1-4\\ \frac{1}{36};\ i=5-8\end{cases} \quad (٤)$$

نیروی حجمی در رابطۀ (۱) در محیط متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی به‌شکل زیر تعیین می‌شود[32,33]:

$$F_i = w_i\rho_{nf}\left(1 - \frac{1}{2\tau_f}\right)\left[\frac{e_i.E}{c_s^2} + \frac{(V.e_i)(E.e_i)}{\varepsilon c_s^4} - \frac{V.E}{\varepsilon c_s^2}\right]_{i=0-8} \quad (۵)$$

که در آن، E مجموع نیروهای حجمی ناشی از محیط متخلخل و میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد و از طریق معادلۀ ارگن[34] محاسبه می‌شود:

$$E = \varepsilon\left[F_L - \frac{\nu_{nf}}{K}V - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}}|V|V\right] \quad (٦)$$

در این‌جا، K نفوذپذیری محیط متخلخل است که به‌صورت $K = Da.H^2$ به عدد بی‌بعد دارسی، Da، و طول مشخصۀ جریان، H، مرتبط است.

همچنین، $F_\varepsilon = ۱/۷۵/\sqrt{۱۵۰\varepsilon^۳}$ تابع هندسی است. در رابطۀ (٦)، جملات دوم و سوم به‌ترتیب نمایانگر جملۀ خطی دارسی و جملۀ غیرخطی فرچهیمر هستند. علاوه بر این، F_L نیروی لورنتز ناشی از اعمال میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد که نحوۀ محاسبۀ آن به‌صورت زیر است[15]:

$$\mathbf{F}_L = A[v\sin\beta\cos\beta - u\sin^2\beta]\mathbf{i} + A[u\sin\beta\cos\beta - v\cos^2\beta]\mathbf{j} \quad (۷)$$

در رابطۀ بالا، β زاویۀ میدان مغناطیسی با راستای افقی است که در این‌جا $\beta = \pi/۲$ (میدان مغناطیسی عمودی) در نظر گرفته شده است. همچنین، A شاخص مغناطیسی است که به‌صورت زیر با عدد هارتمن، Ha، مرتبط است[15]:

$$A = \frac{Ha^2 \nu_{nf}}{H^2}\left(\frac{\sigma_{nf}}{\sigma}\right) \quad (۸)$$

چگالی و سرعت ماکروسکوپی نانوسیال به‌ترتیب زیر محاسبه می‌شود[15]:

$$\rho_{nf} = \sum_{i=0}^{8} f_i \quad (۹)$$

$$V = \frac{\sum_{i=0}^{8} e_i f_i}{\rho_{nf}} + \frac{\delta t}{2} E \quad (۱۰)$$

برای رفع مشکل غیرخطی‌بودن رابطهٔ (٦)، سرعت در آن برحسب یک سرعت کمکی، $\boldsymbol{V}^*$، به صورت زیر تعیین می‌شود[32]:

$$V = \frac{V^*}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |V^*|}} \quad (۱۱)$$

که در آن:

$$V^* = \frac{\sum_{i=0}^{8} e_i f_i}{\rho_{nf}} + \frac{\delta t}{2} \varepsilon F_L \quad (۱۲)$$

$$c_0 = \frac{1}{2}\left(1 + \varepsilon \frac{\delta t}{2} \frac{\nu_{nf}}{K}\right) \quad (۱۳)$$

$$c_1 = \varepsilon \frac{\delta t}{2} \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}} \quad (۱٤)$$

برای تجزیه و تحلیل بخش گرمایی این پژوهش از تابع توزیع انرژی، g_i، به‌صورت زیر استفاده می‌شود[35]:

$$\frac{g_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta t, t + \delta t) - g_i(\mathbf{x}, t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_g}\left(g_i - g_i^{eq}\right) \quad (۱۵)$$

که $\tau_g = \alpha_{eff}/(\delta t . c_s^2) + ۰/۵$ زمان آرامش گرمایی است. در این‌جا، ضریب پخش گرمای نانوسیال در محیط متخلخل به شکل $\alpha_{eff} = \alpha_{nf}/\lambda$ محاسبه می شود که در آن، λ نسبت ظرفیت های گرمایی ماتریس متخلخل و نانوسیال را نشان می‌دهد[36]:

$$\lambda = \varepsilon + (1 - \varepsilon) \frac{\rho_s C_s}{\rho_{nf} C_{nf}} \quad (۱٦)$$

همچنین، g_i^{eq} تابع توزیع تعادلی انرژی است که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود[15]:

$$g_i^{eq} = w_i T\left[1 + \frac{e_i . V}{c_s^2}\right]_{i=0-8} \quad (۱۷)$$

که در آن، T دماست:

$$T = \sum_{i=0}^{8} g_i \quad (۱۸)$$

خواص مؤثر نانوسیال شامل گرمای ویژهٔ مؤثر، گران‌روی پویای مؤثر، ضریب رسانش گرمای مؤثر و ضریب رسانش الکتریکی مؤثر به‌ترتیب زیر محاسبه می‌شوند[37].

$$C_{nf} = \frac{(1 - \varphi)\rho_f C_f + \varphi \rho_p C_p}{\rho_{nf}} \quad (۱۹)$$

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (۲۰)$$

$$k_{nf} = \frac{k_p + 2k_f + 2(k_p - k_f)\varphi}{k_p + 2k_f - (k_p - k_f)\varphi} k_b \quad (۲۱)$$

$$\sigma_{nf} = 1 + \frac{3(\sigma_p/\sigma_f - 1)\varphi}{(\sigma_p/\sigma_f + 2) - (\sigma_p/\sigma_f - 1)\varphi} \sigma_f \quad (۲۲)$$

روابط حاضر، روابط حاکم بر جریان و انتقال گرمای نانوسیال را در عبور از مانع متخلخل معرفی می‌کنند. با برابر واحد فرض‌کردن ضریب تخلخل و حذف جملات دوم و سوم سمت راست رابطهٔ (٦)، این معادلات به معادلات حاکم در خارج از مانع ساده خواهند شد.

شرایط مرزی

بر روی گره‌های مرزی، مقدار توابع توزیع f_i و g_i در

خلال گام انتشار به‌سمت خارج از میدان حل انتشار می‌یابند. باوجوداین، مقدار این توابع در جهت‌های رو به درون مرز، مجهول باقی می‌مانند که به روش‌های زیر تعیین می‌شوند.

شرایط مرزی ورودی و خروجی

برای اعمال شرایط مرزی ورودی و خروجی در روش شبکهٔ بولترمن از روش زو–هی[38] استفاده می‌شود که باتوجه به آن، توابع توزیع f_1، f_5 و f_8 در ورودی، با روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\rho_{nf,in}=\frac{f_0+f_2+f_4+2(f_3+f_6+f_7)}{1-u_{in}} \quad (۲۳)$$

$$f_1=f_3+\frac{2}{3}\rho_{nf,in}u_{in} \quad (۲۴)$$

$$f_5=f_7+\frac{f_4-f_2}{2}+\frac{1}{6}\rho_{nf,in}u_{in} \quad (۲۵)$$

$$f_8=f_6-\frac{f_4-f_2}{2}+\frac{1}{6}\rho_{nf,in}u_{in} \quad (۲۶)$$

روابط مشابهی برای توابع توزیع مجهول در مقطع خروجی نوشته می‌شود:

$$u_{out}=1-\frac{f_0+f_2+f_4+2(f_1+f_5+f_8)}{\rho_{nf,out}} \quad (۲۷)$$

$$f_3=f_1+\frac{2}{3}\rho_{nf,out}u_{out} \quad (۲۸)$$

$$f_6=f_8+\frac{f_4-f_2}{2}+\frac{1}{6}\rho_{nf,out}u_{out} \quad (۲۹)$$

$$f_7=f_5-\frac{f_4-f_2}{2}+\frac{1}{6}\rho_{nf,out}u_{out} \quad (۳۰)$$

علاوه بر این، توابع توزیع گرمایی به‌ترتیب زیر در ورودی تعیین می‌شود[39]:

$$g_1=T_{in}(w_1+w_3)-g_3 \quad (۳۱)$$

$$g_5=T_{in}(w_5+w_7)-g_7 \quad (۳۲)$$

$$g_8=T_{in}(w_8+w_6)-g_6 \quad (۳۳)$$

در خروجی، شـرط مرزی هم‌رفتی که برای مرزهای باز ارائه شده است[40] و استفاده می شود[12,41]، اعمال می‌شود؛ یعنی:

$$\frac{\partial\chi_i}{\partial t}+U_0(NI-1,t)\frac{\partial\chi_i}{\partial x}=0 \quad (۳۴)$$

که در آن، χ_i تابع توزیع دل‌خواه f_i یا g_i و U_0 بیشینهٔ سرعت عمود بر مرز خروجی در زمان t و لایهٔ $NI-1$ است. استفاده از این رابطه، مقدار توابع توزیع در مرز خروجی (لایهٔ $NI-1$) را به‌صورت‌های زیر نتیجه می‌دهد:
و

$$f_i(NI,j,t+1)=[f_i(NI,j,t)+U_0(NI-1,t+1)\times f_i(NI-1,j,t+1)]/[1+U_0(NI-1,t+1)] \quad (۳۵)$$

$$g_i(NI,j,t+1)=[g_i(NI,j,t)+U_0(NI-1,t+1)\times g_i(NI-1,j,t+1)]/[1+U_0(NI-1,t+1)] \quad (۳۶)$$

شرایط مرزی دیوارها

برای اعمال شرط نبود لغزش سرعت و شرط نبود پرش دمایی روی دیوارها، به‌ترتیب از روش بازگشت به عقب[31] و روش زو–هی[38] استفاده می‌شود. بدین‌ترتیب خواهیم داشت:
دیوار بالایی:

$$f_4=f_2 \qquad g_4=T_{in}(w_4+w_2)-g_2 \quad (۳۷)$$

$$f_7=f_5 \qquad g_7=T_{in}(w_7+w_5)-g_5 \quad (۳۸)$$

$$f_8=f_6 \qquad g_8=T_{in}(w_8+w_6)-g_6 \quad (۳۹)$$

دیوار پایینی:

$$f_2=f_4 \qquad g_2=T_{in}(w_2+w_4)-g_4 \quad (۴۰)$$

$$f_5 = f_7 \qquad g_5 = T_{in}(w_5 + w_7) - g_7 \qquad (٤۱)$$

$$f_6 = f_8 \qquad g_6 = T_{in}(w_6 + w_8) - g_8 \qquad (٤۲)$$

جدول ۱ عدد ناسلت میانگین برای شبکه‌بندی‌های مختلف

اندازهٔ مانع متخلخل (سانتی‌متر)	تعداد نقاط شبکه	عدد ناسلت میانگین
۱	۲٥×۱۲٥	۱۷/۲۹۸
	٤۰×۲۰۰	۱۷/٤۱۳
	٦٥×۳۲۰	۱۷/٤۱٤
	۱۰٤×٥۱۲	۱۷/٤۱٥
۲	۲٥×۱۲٥	۱۸/۱۷۸
	٤۰×۲۰۰	۱۸/۲۸٦
	٦٥×۳۲۰	۱۸/۲۸۸
	۱۰٤×٥۱۲	۱۸/۲۸۹
٤	۲٥×۱۲٥	۱۹/٥۷۸
	٤۰×۲۰۰	۱۹/۷٦۱
	٦٥×۳۲۰	۱۹/۷٦٤
	۱۰٤×٥۱۲	۱۹/۷٦٦

جدول ۲ مقایسهٔ نتایج این پژوهش با پژوهش حیدری و همکاران[4]

عدد هارتمن	عدد ناسلت میانگین	
	حیدری و همکاران	این پژوهش
۰	٥/۹٥	٥/۹۱
۳۰	۸/٦٥	۸/٥۹
٦۰	۹/٤٥	۹/٤۰

جدول ۳ مقایسهٔ نتایج این پژوهش با پژوهش نظری و همکاران[17]

عدد رینولدز	عدد ناسلت میانگین	
	نظری و همکاران	این پژوهش
۱۰۰	۱۲/٦۷	۱۲/٦٦
۲۰۰	۱۲/۹۹	۱۲/۹٥
۳۰۰	۱۳/۷۱	۱۳/٦۹
٤۰۰	۱٤/٥۷	۱٤/٥۳

حل عددی

برای حل عددی این مسئلهٔ لازم است توابع توزیع f_i و g_i در هر گام زمانی از حل معادلات (۱) و (۱۵) حاصل شوند. حل این معادلات شامل ۲مرحلهٔ انتشار و برخورد است. در انتشار، ذرات در جهت i f_iها و g_iها به‌سمت نزدیک‌ترین گره شبکهٔ مجاور خود حرکت می‌کند؛ درحالی‌که برخورد سبب می‌شود ذرات به‌سمت تعادل محلی میل کنند. توزیع تعادلی توابع f_i و g_i به‌ترتیب از روابط (۳) و (۱۷) تعیین می‌شود. در پایان هر گام زمانی، شرایط مرزی اعمال می‌شوند تا در مرزها، مقدار توابع توزیع f_i و g_i در جهت‌های رو به درون مرز نیز مشخص شود. روند ذکرشده با ایجاد یک برنامهٔ رایانه‌ای در زبان فرترن صورت می‌گیرد.

برای هم‌گرایی حل عددی، این معیار در نظر گرفته می‌شود که مجموع تغییر مؤلفه‌های سرعت و دما در تک‌تک نقاط میدان حل از تکراری به تکرار دیگر باید از $۱۰^{-٥}$ کوچک‌تر باشد. پس از هم‌گرایی حل عددی، مقدار ضریب هم‌رفت میانگین به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$h_m = \left| \frac{k_{nf} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_w}{T_w - T_b} \right| \qquad (٤۳)$$

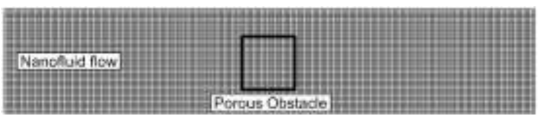
که در آن، T_w دمای دیوار و T_b دمای کپه‌ای سیال است.

در ادامه، عدد ناسلت میانگین به‌شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_m = \frac{h_m H}{k_f} \qquad (٤٤)$$

شایان ذکر است که تعریف عدد رینولدز در این مسئله به‌صورت زیر است:

$$Re = \frac{\rho_f u_{in} H}{\mu_f} \qquad (٤٥)$$



شکل ۲ طرح شماتیک شبکهٔ عددی استفاده‌شده

تحلیل شبکه و راستی‌آزمایی

برای انتخاب بهترین شبکهٔ عددی، محاسبات در شبکه‌بندی‌های ۱۲۵×۲۵، ۲۰۰×٤۰، ۳۲۰×٦٥ و ۵۱۲×۱۰٤ برای نانوذرات مس با کسرحجمی ۲درصد و به‌ازای ۳ اندازهٔ مختلف از مانع متخلخل مسی با ضریب تخلخل ۰/۷ و عدد دارسی ۰/۰۰۰۱ در $Re = ۲۰۰$ و $Ha = ۱۰۰$ انجام می‌شود که نتایج برحسب عدد ناسلت میانگین در جدول ۱ آمده است. پیداست که نتایج شبکه‌بندی ۲۰۰×٤۰ اختلاف بسیار اندکی با شبکه‌بندی‌های ریزتر دارد. ازاین‌رو و برای صرفه‌جویی در حجم محاسبات، در ادامه از این شبکه‌بندی استفاده خواهیم کرد.

برای راستی‌آزمایی حل عددی، ۲آزمون مختلف انجام می‌شود؛ یکی برای کانالی که در آن نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی جریان دارد و دیگری برای کانالی که در آن، مانع متخلخل نصب شده است. برای راستی‌آزمایی اول، نتایج برای نانوسیال آب‌مس با کسرحجمی ٤درصد برحسب عدد ناسلت میانگین با نتایج پژوهش حیدری و همکاران[4] در جدول ۲ مقایسه می‌شود.

راستی‌آزمایی دوم (جدول ۳) به مقایسهٔ نتایج این پژوهش با نتایج نظری و همکاران[17] برحسب تغییرات عدد ناسلت میانگین با عدد رینولدز می‌پردازد. در این راستی‌آزمایی از سیالی با عدد پرانتل ۰/۷ و نسبت ارتفاع مانع متخلخل به‌ارتفاع کانال ۰/۲۵ استفاده شده است. پیداست که نتایج، اختلاف چندانی با نتایج پژوهش‌های گذشته ندارند. این امر، دقت معادلات حاکم و حل عددی به‌کاررفته را نشان می‌دهد.

ارائه و تفسیر نتایج

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی عددی ارائه و تجزیه و تحلیل می‌شود. هدف، بررسی اثر متغیرهای تأثیرگذار بر انتقال گرماست. برای این منظور و باتوجه‌به تعدد این متغیرها، روش طراحی آزمایشات تاگوچی استفاده می‌شود.

این متغیرها در این مسئله شامل سرعت نانوسیال ورودی به کانال، شدت میدان مغناطیسی اعمال‌شده، طول مشخصهٔ مسئله، خواص سیال پایه (ازقبیل چگالی، گران‌روی، گرمای ویژه، ضریب رسانش گرما، ضریب رسانش الکتریکی)، کسرحجمی نانوذرات و خواص آن‌ها (ازقبیل چگالی، گرمای ویژه، ضریب رسانش گرما، ضریب رسانش الکتریکی) و همچنین اندازه، ضریب تخلخل و نفوذپذیری مانع متخلخل و البته خواص آن (ازقبیل چگالی، گرمای ویژه و ضریب رسانش گرما) است. در این‌جا با تعریف اعداد بدون بعد رینولدز، هارتمن و دارسی می‌توان از تعداد متغیرهای مؤثر در مسئله کاست و آن‌ها را در ۹متغیر گردآوری کرد. این متغیرها شامل عدد رینولدز، عدد هارتمن، جنس سیال پایه، جنس و کسرحجمی نانوذرات و همچنین جنس، اندازه، ضریب تخلخل و نفوذپذیری مانع متخلخل است. در ادامه، با فرض سیال پایهٔ یکسان (آب) در همهٔ محاسبات، تعداد متغیرهای مؤثر به ۸متغیر کاهش خواهد یافت.

برای تحلیل به‌روش تاگوچی، در این پژوهش برای هریک از این ۸متغیر مؤثر، ۳سطح انتخاب می‌شود که جدول ٤ به معرفی آن‌ها پرداخته است. شایان ذکر است که باتوجه‌به تعدد متغیرهای مؤثر، تحلیل با سطوح بیشتر، انتخاب آرایهٔ متعامد برای طرح آزمایشات را ناممکن می‌کند. البته برای حفظ دقت تحلیل، مقدار سطوح برای هریک از متغیرها به‌گونه‌ای انتخاب شده است که گسترهٔ عملی آن متغیر را پوشش دهد.

جدول ۵ خواص سیال پایه (آب) و نانوذرات (مس، اکسیدمس و اکسیدآهن (Fe_3O_4)) و مانع متخلخل (آلومینیمی، استیل و مسی) به‌کاررفته در این تحلیل را بیان می‌کند. باتوجه‌به انتخاب ۸متغیر در ۳سطح مختلف، آرایهٔ متعامد L27 به‌عنوان طرح آزمایشات استفاده

می‌شود که برای این مسئلهٔ در جدول ٦ آورده شده است. لازم به توضیح است که برای بررسی همهٔ حالت‌های ممکن در جدول ٤ به مطالعهٔ ٦٥٦١=۳^۸ نیاز می‌بود که روش تاگوچی آن‌ها را به ۲۷ حالت کاهش داده است.

برای هریک از ۲۷آزمایش درج‌شده در جدول ٦، پاسخ برحسب عدد ناسلت میانگین و همچنین مقدار نسبت سیگنال به نویز (SNR) مربوط به آن عدد ناسلت آمده است. لازم به توضیح است که هدف در روش تاگوچی می‌تواند به‌صورت‌های (الف) بزرگ‌تر بهتر است، (ب) نامی بهتر است و (ج) کوچک‌تر بهتر است، انتخاب شود. از آن‌جایی که هدف از این پژوهش، بهبود تبادل گرماست، بهتر است حالت بزرگ‌تر انتخاب شود که نسبت سیگنال به نویز در این نوع به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\mathrm{SNR} = -10\log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_n^2}\right) \qquad (٤٦)$$

در این‌جا، y_i پاسخ هر آزمایش و n تعداد تکرار هر آزمایش است.

جدول ۷ میانگین نسبت سیگنال به نویز را برای سطوح مختلف متغیرهای حاضر آورده است. در این جدول، مقدار بیشینهٔ نسبت سیگنال به نویز معرف حالت بهینه است.

جدول٤ متغیرها و سطوح بررسی‌شده در این تحلیل

متغیر	سطح		
	اول	دوم	سوم
عدد رینولدز	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰
عدد هارتمن	۰	۱۰۰	۲۰۰
جنس نانوذرات	مس	اکسیدمس	اکسیدآهن
کسرحجمی نانوذرات (درصد)	۱	۲	٤
اندازهٔ مانع (سانتی‌متر)	۱	۲	٤
تخلخل مانع	۰/۵	۰/۷	۰/۹
جنس مانع	آلومینیم	استیل	مس
عدد دارسی مانع	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱

جدول٥ خواص ترموفیزیکی آب، نانوذرات و مانع متخلخل

خاصیت	آب	اکسیدآهن	اکسیدمس	مس	آلومینیم	استیل
$\rho\ (\mathrm{kgm^{-3}})$	۹۹۵/۷	۵۲۰۰	٦۵۰۰	۸۹۵٤	۲۷۱۹	۸۰۳۰
$C_p (\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}})$	٤۱۷۸	٦۷۰	۵٤۰	۳۸۳	۸۷۱	۵۰۲/٤۸
$k\ (\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}})$	۰/٦۱٦	٦	۱۸	٤۰۰	۲۰۲/٤	۱٦/۲۷
$\mu\ (\mathrm{kgm^{-1}s^{-1}})$	۰/۰۰۱۰۰۳	–	–	–	–	–
$\sigma\ (\Omega^{-1}\mathrm{m^{-1}})$	۵×۱۰^{-۲}	۲۵×۱۰^{۳}	$۸/۲ \times ۱۰^{-۸}$	$۵/۹٦ \times ۱۰^{۷}$	–	–

جدول ۶ طرح آزمایشات برپایۀ آرایۀ متعامد L27 همراه با پاسخ برحسب عدد ناسلت میانگین و نسبت سیگنال به نویز مربوط به آن

حالت	عدد رینولدز	عدد هارتمن	نانوذرات		مانع متخلخل				عدد ناسلت میانگین	نسبت سیگنال به نویز
			جنس	کسر حجمی	اندازه (cm)	تخلخل	جنس	عدد دارسی		
۱	۱۰۰	۰	مس	۱	۱	۰/۵	آلومینیم	۰/۰۰۰۰۱	۱٤/۵۸	۲۳/۲۸
۲	۱۰۰	۰	مس	۱	۲	۰/۷	استیل	۰/۰۰۰۱	۱٦/۲۳	۲٤/۲۱
۳	۱۰۰	۰	مس	۱	٤	۰/۹	مس	۰/۰۰۱	۱۹/۹٤	۲٦/۰۰
٤	۱۰۰	۱۰۰	اکسیدمس	۲	۱	۰/۵	آلومینیم	۰/۰۰۰۱	۱۳/۲۱	۲۲/٤۲
۵	۱۰۰	۱۰۰	اکسیدمس	۲	۲	۰/۷	استیل	۰/۰۰۱	۱٤/۱۱	۲۲/۹۹
٦	۱۰۰	۱۰۰	اکسیدمس	۲	٤	۰/۹	مس	۰/۰۰۰۰۱	۱۷/۰۲	۲٤/٦۲
۷	۱۰۰	۲۰۰	اکسیدآهن	٤	۱	۰/۵	آلومینیم	۰/۰۰۱	۱۱/۱۳	۲۰/۹۳
۸	۱۰۰	۲۰۰	اکسیدآهن	٤	۲	۰/۷	استیل	۰/۰۰۰۰۱	۱۱/٤۲	۲۱/۱۵
۹	۱۰۰	۲۰۰	اکسیدآهن	٤	٤	۰/۹	مس	۰/۰۰۰۱	۱٤/۵۷	۲۳/۲۷
۱۰	۲۰۰	۰	اکسیدمس	٤	۱	۰/۵	مس	۰/۰۰۰۰۱	۱۲/۵۲	۲۱/۹۵
۱۱	۲۰۰	۰	اکسیدمس	٤	۲	۰/۷	آلومینیم	۰/۰۰۰۱	۱٤/٤۱	۲۳/۱۷
۱۲	۲۰۰	۰	اکسیدمس	٤	٤	۰/۹	استیل	۰/۰۰۱	۱٦/۸٤	۲٤/۵۳
۱۳	۲۰۰	۱۰۰	اکسیدآهن	۱	۱	۰/۵	مس	۰/۰۰۰۱	۱۰/۰٦	۲۰/۰۵
۱٤	۲۰۰	۱۰۰	اکسیدآهن	۱	۲	۰/۷	آلومینیم	۰/۰۰۱	۱۲/۲۵	۲۱/۷٦
۱۵	۲۰۰	۱۰۰	اکسیدآهن	۱	٤	۰/۹	استیل	۰/۰۰۰۰۱	۱٤/٦۵	۲۳/۳۲
۱٦	۲۰۰	۲۰۰	مس	۲	۱	۰/۵	مس	۰/۰۰۱	۱۹/۷۲	۲۵/۹۰
۱۷	۲۰۰	۲۰۰	مس	۲	۲	۰/۷	آلومینیم	۰/۰۰۰۰۱	۲۱/۳۲	۲٦/۵۸
۱۸	۲۰۰	۲۰۰	مس	۲	٤	۰/۹	استیل	۰/۰۰۰۱	۲۳/۱۲	۲۷/۲۸
۱۹	۳۰۰	۰	اکسیدآهن	۲	۱	۰/۵	استیل	۰/۰۰۰۰۱	۱۰/۱٦	۲۰/۱٤
۲۰	۳۰۰	۰	اکسیدآهن	۲	۲	۰/۷	مس	۰/۰۰۰۱	۱۳/۸۹	۲۲/۸۵
۲۱	۳۰۰	۰	اکسیدآهن	۲	٤	۰/۹	آلومینیم	۰/۰۰۱	۱۵/۹۸	۲٤/۰۷
۲۲	۳۰۰	۱۰۰	مس	٤	۱	۰/۵	استیل	۰/۰۰۰۱	۲۱/۸۵	۲٦/۷۹
۲۳	۳۰۰	۱۰۰	مس	٤	۲	۰/۷	مس	۰/۰۰۱	۲۵/٦۷	۲۸/۱۹
۲٤	۳۰۰	۱۰۰	مس	٤	٤	۰/۹	آلومینیم	۰/۰۰۰۰۱	۲۸/٤۱	۲۹/۰۷
۲۵	۳۰۰	۲۰۰	اکسیدمس	۱	۱	۰/۵	استیل	۰/۰۰۱	۱۳/٤۵	۲۲/۵۷
۲٦	۳۰۰	۲۰۰	اکسیدمس	۱	۲	۰/۷	مس	۰/۰۰۰۰۱	۱۵/۹۹	۲٤/۰۸
۲۷	۳۰۰	۲۰۰	اکسیدمس	۱	٤	۰/۹	آلومینیم	۰/۰۰۰۱	۱۷/۸٦	۲۵/۰٤

جدول ۷ میانگین نسبت سیگنال به نویز برای سطوح مختلف متغیرهای حاضر

سطح	عدد رینولدز	عدد هارتمن	نانوذرات		مانع متخلخل			
			جنس	کسر حجمی	اندازه	تخلخل	جنس	عدد دارسی
۱	۲۳/۲۱	۲۳/۳۵	۲٦/۳٦	۲۳/۳۷	۲۲/٦۷	۲٤/۱۰	۲٤/۰۳	۲۳/۸۰
۲	۲۳/۸٤	۲٤/۳٦	۲۳/٤۹	۲٤/۰۹	۲۳/۸۹	۲۳/۸۳	۲۳/٦٦	۲۳/۹۰
۳	۲٤/۷٦	۲٤/۰۹	۲۱/۹۵	۲٤/۳٤	۲۵/۲٤	۲۳/۸۸	۲٤/۱۰	۲٤/۱۰
دلتا	۱/۵۵	۱/۰۰	٤/٤۱	۰/۹۷	۲/۵۷	۰/۲۷	۰/٤٤	۰/۳۱
رتبه	۳	٤	۱	۵	۲	۸	٦	۷

جدول ۸ نتایج تحلیل واریانس

متغیر	درجهٔ آزادی	مجموع مربعات	واریانس	سهم مشارکت (درصد)
عدد رینولدز	۲	۱۰/۹۲	٥/٤٦	۷/٥۸
عدد هارتمن	۲	٤/۸٤	۲/٤۲	۳/۳٦
جنس نانوذرات	۲	۹۰/٤۰	٤٥/۲۰	٦۲/۷۹
کسرحجمی نانوذرات	۲	٤/٦۱	۲/۳۰	۳/۲۰
اندازهٔ مانع	۲	۲۹/۸۲	١٤/۹۱	۲۰/۷۱
تخلخل مانع	۲	۰/۳۷	۰/۱۹	۰/۲٦
جنس مانع	۲	۱/۰۰	۰/٥۰	۰/٦۹
عدد دارسی مانع	۲	۰/٤٤	۰/۲۲	۰/۳۱
خطا	۱۰	۱/٥۷	۰/۱٦	۱/۰۹
مجموع	۲٦	١٤۳/۹۷		

بدین‌ترتیب، حالت بهینه در عدد رینولدز ۳۰۰، عدد هارتمن ۱۰۰، کسرحجمی نانوذرات ٤درصد، نانوذرات و مانع متخلخل از جنس مس و مانع متخلخل ٤سانتی‌متری با تخلخل ۰/٥ و عدد دارسی ۰/۰۰۱ است. شبیه‌سازی این حالت، عدد ناسلت میانگین را برابر با ۳۱/۲۳ نشان می‌دهد که از همهٔ ۲۷حالت جدول ٦ بیشتر است. این امر بر کارایی روش تاگوچی در یافتن حالت بهینه صحه می‌گذارد.

مقدار دلتا در جدول ۷ تفاوت مقدارهای بیشینه و کمینهٔ نسبت سیگنال به نویز را برای هریک از متغیرها معرفی می‌کند. ازاین‌رو، دلتای بزرگ‌تر معرف تأثیرگذاری بیشتر است. بدین‌ترتیب می‌توان متغیرها را براساس میزان تأثیرگذاری آن‌ها دسته‌بندی کرد.

در جدول ۷ پیداســـت که جنس نانوذرات، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز به‌ترتیب، متغیرهای اول، دوم و سوم از نظر تأثیرگذاری بر تبادل گرما هستند. در مقابل، کمترین نقش به ضریب تخلخل، عددی دار سی و جنس مانع متخلخل مربوط می‌شود.

اکنون تحلیل واریانس به‌نتایج روش تاگوچی اعمال می‌شود تا سهم مشارکت هریک از متغیرها مشخص شود. در تحلیل واریانس، درجهٔ آزادی هر متغیر به‌صورت تعداد سطوح هر متغیر در آرایهٔ متعامد منهای واحد تعریف می‌شود. همچنین، واریانس یک متغیر از تقسیم مجموع مربعات بر درجهٔ آزادی تعیین می‌شود که مشخص می‌کند چگونه مقدار پاسخ به آن متغیر بستگی دارد؛ به‌نحوی‌که متغیری با واریانس بیشتر، تأثیرگذاری بیشتری خواهد داشت. علاوه‌براین، سهم مشارکت هر متغیر به‌صورت نسبت مجموع مربعات آن متغیر بر مجموع مربعات همهٔ متغیرها تعریف می‌شود.

نتایج تحلیل واریانس در جدول ۸ آمده است. در این‌جا، ترتیب تأثیرگذاری متغیرها، یافته‌های روش تاگوچی را تأیید می‌کند. پیداست که نوع نانوذرات با سهم ٦۲/۷۹ درصد در مقایسه با سایر متغیرها، بیشترین تأثیر را بر میزان انتقال گرما دارد. متغیرهای دوم و سوم، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز، به‌ترتیب با سهم ۲۰/۷۱ درصد و ۷/٥۸درصد است. چهارمین و پنجمین متغیر، عدد هارتمن با سهم ۳/۳٦درصد و کسرحجمی نانوذرات با سهم ۳/۲۰ درصد هستند. درمقابل، مشخص می‌شود که تأثیر مجموع عوامل جنس، ضریب تخلخل و عددی دارسی مانع متخلخل فقط ۱/۲٦درصد است.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با اعمال مدل دارسی–برینکمن–فرچهیمر در روش شبکهٔ بولتزمن، انتقال گرمای هم‌رفت

اجباری نانوسیال در یک کانال با دیوارهای دما ثابت و در حضور میدان مغناطیسی خارجی و مانع متخلخل شبیه‌سازی شد. در ادامه، با بهره‌گیری از روش طراحی آزمایشات تاگوچی، اثر عدد رینولدز، عدد هارتمن، کسرحجمی نانوذرات و جنس آن‌ها و همچنین اندازه، جنس، ضریب تخلخل و عدد دارسی مانع متخلخل بر میزان انتقال گرما مطالعه شد. نتایج به‌دست‌آمده از این پژوهش را می‌توان در موارد زیر جمع‌بندی کرد:

۱) نوع نانوذرات با سهم ۶۲/۷۹ در صد، در مقایسه با سایر متغیرها، بیشترین تأثیر را بر میزان انتقال گرما دارد. متغیرهای دوم و سوم، اندازهٔ مانع متخلخل و عدد رینولدز به‌ترتیب با سهم ۲۰/۷۱ و ۷/۵۸درصد است.

۲) سهم عدد هارتمن و کسرحجمی نانوذرات در حدود ۳درصد است.

۳) تأثیر تخلخل، جنس و عدد دار سی مانع متخلخل بر مقدار میانگین عدد نا سلت، در مقایسه با سایر متغیرها ناچیز است.

٤) حالت بهینه در عدد رینولدز ۳۰۰، عدد هارتمن ۱۰۰، کسرحجمی نانوذرات ٤در صد، نانوذرات و مانع متخلخل از جنس مس و مانع متخلخل ٤سانتی‌متری با تخلخل ۰/۵ و عدد دارسی ۰/۰۰۱ است.

باید در نظر داشت که در این پژوهش، روش تاگوچی در گستره‌هایی که در جدول ٤ برای هریک از متغیرهای مؤثر آمده، اعمال شده است. ازاین‌رو، یافته‌های آن نیز فقط در این گستره برقرار خواهد بود.

فهرست علائم

A	شاخص مغناطیسی
B	شدت میدان مغناطیسی (T)
c	سرعت شبکه (ms^{-1})
c_s	سرعت صوت شبکه‌ای (ms^{-1})
C	گرمای ویژه ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
Da	عدد دارسی
e_i	سرعت مجزا (ms^{-1})
E	مجموع نیروهای حجمی ناشی از محیط متخلخل و میدان مغناطیسی ($kgms^{-2}$)
f_i	تابع توزیع لحظه‌ای سرعت ذرات
F_i	نیروی حجمی ($kgms^{-2}$)
F_L	نیروی لورنتز ($kgms^{-2}$)
F_ε	تابع هندسی
g_i	تابع توزیع انرژی
h_m	ضریب انتقال گرمای هم‌رفتی میانگین ($Wm^{-2}K^{-1}$)
H	ارتفاع (m)
Ha	عدد هارتمن
k	ضریب رسانش گرما ($Wm^{-1}K^{-1}$)
K	نفوذپذیری محیط متخلخل (m^2)
NI	تعداد نقاط شبکه در جهت x
NJ	تعداد نقاط شبکه در جهت y
Nu	عدد ناسلت
Re	عدد رینولدز
t	زمان (s)
T_b	دمای کپه‌ای سیال (K)
T_{in}	دمای ورودی (K)
T_w	دمای دیوار (K)
U_0	سرعت بیشینه در مقطع خروجی (ms^{-1})
V	بردار سرعت ماکروسکوپی سیال، $V = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}\ (ms^{-1})$
V^*	بردار سرعت کمکی (ms^{-1})
w	فاکتور وزنی
x	مؤلفهٔ x در دستگاه مختصات دکارتی
y	مؤلفهٔ y در دستگاه مختصات دکارتی

علائم یونانی

α	ضریب پخش گرما (m^2s^{-1})
β	زاویهٔ میدان مغناطیسی با راستای افقی
δt	اندازهٔ گام زمانی شبکه

δx	اندازهٔ شبکه
ε	ضریب تخلخل
μ	گرانروی پویا $(kgm^{-1}s^{-1})$
ν	گرانروی حرکتی (m^2s^{-1})
ρ	چگالی (kgm^{-3})
σ	ضریب رسانش الکتریکی $(\Omega^{-1}m^{-1})$
τ_f	زمان آرامش هیدرودینامیکی
τ_g	زمان آرامش گرمایی
φ	کسرحجمی نانوذرات
χ_i	تابع توزیع f_i یا g_i

زیرنویس

eff	مؤثر
eq	تعادلی
f	سیال پایه
i	جهت سرعت مجزا
in	ورودی
nf	نانوسیال
out	خروجی
p	نانوذرات
s	ماتریس متخلخل

مراجع

1. Fakur, M., Vahabzadeh, A. and Ganji, D.D., “Study of heat transfer and flow of nanofluid in permeable channel in the presence of magnetic field”, *Propulsion and Power Research*, Vol. 4, pp. 50–62, (2017).
2. Izadi, M., Mohebbi, R., Delouei, A.A. and Sajjadi, H., “Natural convection of a magnetizable hybrid nanofluid inside a porous enclosure subjected to two variable magnetic fields”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 151, pp. 154–169, (2019).
3. Bezaatpour, M. and Goharkhah, M., “Effect of magnetic field on the hydrodynamic and heat transfer of magnetite ferrofluid flow in a porous fin heat sink”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 476, pp. 506–515, (2019).
4. Heidary, H., Hosseini, R., Pirmohammadi, M. and Kermani, M.J., “Numerical study of magnetic field effect on nanofluid forced convection in a channel”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 374, pp. 11–17, (2015).
5. Zahmatkesh, I. and Shandiz, M.R.H., “Optimum constituents for MHD heat transfer of nanofluids within porous cavities”, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 138, pp. 1669–1681, (2019).
6. Ramian, P., Rahni, M.T. and Adamian, A., “Computational simulation of effects of nano–fluidicity and flow boundaries on natural heat transfer in presence of magnetic field, using LBM”, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, pp. 167–178, (2015) (In Persian).
7. Aliu, O., Sakidin, H., Foroozesh, J. and Yahya, N., “Lattice Boltzmann application to nanofluids dynamics–A review”, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 300, p. 112284, (2020).
8. Uriel, F., Hasslacher, B. and Pomeau, Y., “Lattice–gas automata for the Navier–Stokes equation”, *Physical Review Letters*, Vol. 56, pp. 1505–1508, (1986).
9. McNamara, G.R. and Zanetti, G., “Use of the Boltzmann equation to simulate lattice–gas automata”,

Physical Review Letters, Vol. 61, pp. 2332–2335, (1988).

10. Higuera, F.J. and Jiménez, J., "Boltzmann approach to lattice gas simulations", *EPL (Europhysics Letters)*, Vol. 9, p. 663, (1989).
11. Chen, H., Chen, S. and Matthaeus, W.H., "Recovery of Navier–Stokes equation using a lattice–gas Boltzmann equation method", *Physical Review A*, Vol. 45, pp. 5339–5342, (1992).
12. Ashorynejad, H.R. and Zarghami, A., "Magnetohydrodynamics flow and heat transfer of Cu–water nanofluid through a partially porous wavy channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 119, pp. 247–258, (2018).
13. Servati, A.A., Javaherdeh, K. and Ashorynejad, H.R., "Magnetic field effects on force convection flow of a nanofluid in a channel partially filled with porous media using Lattice Boltzmann Method", *Advanced Powder Technology*, Vol. 25, pp. 666–675, (2014).
14. Golneshan, A.A. and Lahonian, M., "Diffusion of magnetic nanoparticles in a multi–site injection process within a biological tissue during magnetic fluid hyperthermia using lattice Boltzmann method", *Mechanics Research Communications*, Vol. 38, pp. 425–430, (2011).
15. Nazari, M., Kayhani, M.H. and Mohebbi, R., "Heat transfer enhancement in channel partially filled with porous block: Lattice Boltzmann method", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 24, p. 1350060, (2013).
16. Rong, F., Shi, B. and Cui, X., "Lattice Boltzmann simulation of heat and fluid flow in 3D cylindrical heat exchanger with porous blocks", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 276, pp. 367–378, (2016).
17. Abchouyeh, M.A., Fard, O.S., Mohebbi, R. and Sheremet, M.A., "Enhancement of heat transfer of nanofluids in the presence of sinusoidal side obstacles between two parallel plates through the lattice Boltzmann method", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 156, pp. 159–169, (2019).
18. Feng, X.B., Liu, Q. and He, Y.L., "Numerical simulations of convection heat transfer in porous media using a cascaded lattice Boltzmann method", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 151, p. 119410, (2020).
19. Mohebbi, R., Izadi, M., Delouei, A.A. and Sajjadi, H., "Effect of MWCNT–Fe_3O_4/water hybrid nanofluid on the thermal performance of ribbed channel with apart sections of heating and cooling", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 135, pp. 3029–3042, (2019).
20. Sajjadi, H., Delouei, A.A., Izadi, M. and Mohebbi, R., "Investigation of MHD natural convection in a porous media by double MRT lattice Boltzmann method utilizing MWCNT–Fe_3O_4/water hybrid nanofluid," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 132, pp. 1087–1104, (2019).
21. Kuznetsov, A.V., "Analytical study of fluid flow and heat transfer during forced convection in acomposite channel partly filled with a Brinkman–Forchheimer porous medium", *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 60, pp. 173–192, (1998).

22. Goli, A. and Zahmatkesh, I., “Slip flow in porous micro–tubes under local thermal non–equilibrium conditions”, *Transport Phenomena in Nano and Micro Scales*, Vol. 6, pp. 79–87, (2018).
23. Rashidi, S., Dehghan, M., Ellahi, R., Riaz, M. and Jamal–Abad, M.T., “Study of wise transverse magnetic fluid flow with heat transfer around an obstacle embedded in porous media”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 378, pp. 128–137, (2015).
24. Namadchain, H., Zahmatkesh, I. and Alavi, S.M.A., “Numerical simulation of nanofluid flow in an annulus with porous baffles based on the combination of the Darcy–Brinkman–Forchheimer model and the two–phase mixture model”, *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 53 (2021) (In Persian).
25. Esmaeili, M., Karami, M. and Delfani, S., “Performance enhancement of a direct absorption solar collector using copper oxide porous foam and nanofluid”, *International Journal of Energy Research*, Vol. 44, pp. 5527–5544, (2020).
26. Shirvan, K.M. and Mamourian, M., “Numerical investigation and optimization of mixed convection and entropy generation in square cavity with lid–driven”, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, pp. 164–174, (2015) (In Persian).
27. Jamei, M.K. and Abbasi, M., “Numerical investigation of nano–fluid flow on micro channel heat sink efficiency using the Taguchi method”, *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 7, pp. 287–275, (2017) (In Persian).
28. Alinezhad, J. and Esfahani, J.A., “Lattice Boltzmann simulation and Taguchi optimization of magnetic field effects on nanofluid natural convection in a semicircular enclosure”, *Fluid Mechanics and Aerodynamics Journal*, Vol. 6, pp. 45–59, (2017) (In Persian).
29. Sharifi, A.H., Zahmatkesh, I., Mozhdehi, A.M., Morsali, A. and Bamoharram, F.F., “Stability appraisement of the alumina–brine nanofluid in the presence of ionic and non–ionic disparents on the alumina nanoparticles surface as heat transfer fluids: Quantum mechanical study and Taguchi-optimized experimental analysis”, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 319, p. 113898, (2020).
30. Bazkhane, S. and Zahmatkesh. I., “Taguchi–based sensitivity analysis of hydrodynamics and heat transfer of nanofluids in a microchannel heat sink (MCHS) having porous substrates”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 118, p. 104885, (2020).
31. Sukop, M.C. and Thorne, D.T.J., “Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers”, Springer–Verlag, Berlin, Heidelberg, (2006).
32. Guo, Z. and Zhao, T.S., “Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media”, *Physical Review E*, Vol. 66, p. 036304, (2002).
33. Zarghami, A., Biscarini, C., Succi, S. and Ubertini, S., “Hydrodynamics in porous media: a finite volume lattice Boltzmann study”, *Journal of Scientific Computing*, Vol. 59, pp. 80–103, (2014).

34. Ergun, S., “Fluid flow through packed columns”, *Chemical Engineering Progress*, Vol. 48, pp. 89–94, (1952).

35. Guo, Z., Zheng, C., Shi, B. and Zhao, T.S., “Thermal lattice Boltzmann equation for low Mach number flows: Decoupling model”, *Physical Review E*, Vol. 75, p. 036704, (2007).

36. Jin, L., Zhang, X. and Niu, X., “Lattice Boltzmann simulation for temperature–sensitive magnetic fluids in a porous square cavity”, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 324, pp. 44–51, (2012).

37. Torshizi, E. and Zahmatkesh, I., “Comparison between single–phase, two–phase mixture and Eulerian–Eulerian models for the simulation of jet impingement of nanofluids”, *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, Vol. 27, pp. 55–70, (2016) (In Presian).

38. Zou, Q. and He, X., “On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model”, *Physics of Fluids*, Vol. 9, pp. 1591–1598, (1997).

39. Mohamad, A.A., “Applied Lattice Boltzmann Method for Transport Phenomena, Momentum, Heat and Mass Transfer”, Sure Printing, Calgary, Canada, (2007).

40. Orlanski, I., “A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 21, pp. 251–269, (1976).

41. Zarghami A. and Padding J.T., “Drag, lift and torque acting on a two–dimensional non–spherical particle near a wall”, *Advanced Powder Technology*, Vol. 29, pp. 1507–1517, (2018).

Heat Transfer of Nanofluid in a Channel with Magnetic Field and Porous Obstacle using the Darcy–Brinkman–Forchheimer Model in the LBM Method

Saed Bazkhane[1] Iman Zahmatkesh[2]

1. Introduction

Forced convection heat transfer in pipes and channels occurs in many practical applications including heat exchangers, solar collectors, boilers, chemical reactors, and cooling of electronic equipment. To elevate heat transfer in these devices, the use of porous media, utilization of nanofluids, and insertion of magnetic fields have been employed in recent years. However, the combination of these three methods has not been discussed thoroughly. Hence, forced convection heat transfer of nanofluid in a channel with an externally–applied magnetic field and a porous obstacle is simulated and discussed in this study. Schematics of the problem is depicted in Figure 1 and Table 1 reports the geometric and working parameters.

Table 1. The geometric and working parameters

Parameter	Symbol	value
Channel length	L	40 cm
Channel height	H	8 cm
Obstacle size	W	1, 2, 4 cm
Obstacle location	a	4 cm
Obstacle location	b	20 cm
Inlet temperature	T_{in}	300 K
Wall temperature	T_w	340 K

2. Simulation Approach

To simulate the flow field, the Darcy–Brinkman–Forchheimer model is implemented in the Lattice Boltzmann Method (LBM) method. To this aim, the following distribution functions are solved for the velocity and temperature distributions, respectively:

$$\frac{f_i(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{e}_i\delta t, t+\delta t)-f_i(\boldsymbol{x},t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_f}\Big(f_i(\boldsymbol{x},t) - f_i^{eq}(\boldsymbol{x},t)\Big)+\boldsymbol{F}_i \quad (1)$$

$$\frac{g_i(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{e}_i\delta t, t+\delta t)-g_i(\boldsymbol{x},t)}{\delta t} = -\frac{1}{\tau_g}\left(g_i-g_i^{eq}\right) \quad (2)$$

Here, f_i and g_i are the distribution functions for the velocity and temperature, respectively. Moreover, τ_f and τ_g are the corresponding relaxation times while f_i^{eq} and g_i^{eq} are the equilibrium distribution functions, $\boldsymbol{x}$ is the spatial coordinates, $\boldsymbol{e}_i$ is the unit vector, t is time, and δt is the time step.

To incorporate the magnetic field insertion and the presence of the porous obstacle, the body force term is obtained from the following equation:

$$\mathbf{F}_\mathrm{i} = w_\mathrm{i}\rho_\mathrm{nf}\left(1-\frac{1}{2\tau_\mathrm{f}}\right)\left[\frac{\mathbf{e}_\mathrm{i}.\mathbf{E}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{V}.\mathbf{e}_\mathrm{i})(\mathbf{E}.\mathbf{e}_\mathrm{i})}{\varepsilon c_s^4} - \frac{\mathbf{V}.\mathbf{E}}{\varepsilon c_s^2}\right]_{\mathrm{i}=0-8} \quad (3)$$

with

$$\mathbf{E} = \varepsilon\left[\mathbf{F}_\mathrm{L} - \frac{\nu_\mathrm{nf}}{\mathrm{K}}\mathbf{V} - \frac{\mathrm{F}_\varepsilon}{\sqrt{\mathrm{K}}}|\mathbf{V}|\mathbf{V}\right] \quad (4)$$

In the above equations, ε is the porosity and K is the permeability of the porous obstacle and $\mathrm{F_L}$ is the Lorentz force:

$$\mathbf{F}_\mathrm{L} = \mathrm{A}[\mathrm{v}\sin\beta\cos\beta - \mathrm{u}\sin^2\beta]\mathbf{i} + \mathrm{A}[\mathrm{u}\sin\beta\cos\beta - \mathrm{v}\cos^2\beta]\boldsymbol{j} \quad (5)$$

with β being the magnetic field inclination angle and A being the magnetic index. Meanwhile, u and v are the velocity components in the x and y directions, respectively.

For the numerical simulation, f_i and g_i are obtained in each time step, according to equations (1) and (2). The solution of these equations includes the collision and propagation steps. In the collision step, each particle is relaxed towards a local equilibrium condition while in the propagation step, the particles move in the f_i and g_i directions towards the nearest grid point. This procedure is implemented in a FORTRAN code.

To obtain a suitable grid system, a grid independence test is undertaken and a 40×200 grid is found sufficient. Figure 2 shows the gird system.

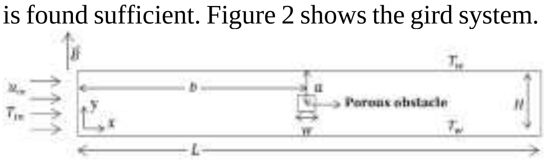


Figure 1. Schematics of the current problem

[1] Ph.D. Student, Department of Mechanical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran.

[2] Corresponding author. Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran. Email: Zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

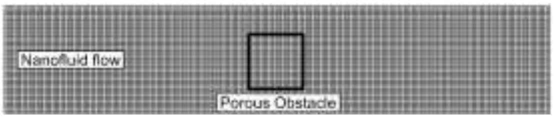


Figure 2. The employed grid system

3. Results

The current influential parameters include the Reynolds and Hartmann numbers, the type and fraction of the nanoparticles (NPs) as well as the size, type, porosity, and the Darcy number of the obstacle. Due to the variety of these parameters and to provide a systematic survey, the Taguchi experimental design method is adopted here. Table 2 reports the levels of the selected parameters.

For the current number of parameters and their levels, the L27 orthogonal array is available for the Taguchi method. This reduces the number of required experiments from 3^8=6561 experiments to just 27 tests.

The LBM code is run for the 27 cases provided in the L27 orthogonal array and the results are obtained in terms of the mean Nusselt number. Thereafter, the Taguchi method is applied to these outcomes which provides the rank of each of the current parameters. The results are listed in Table 3.

Table 2. The current parameters and their levels

Parameter	Levels		
	1	2	3
Reynolds number	100	200	300
Hartmann number	0	100	200
NPs type	Cu	CuO	Fe_3O_4
NPs fraction	1%	2%	4%
Obstacle size (cm)	1	2	4
Obstacle type	Al	Steel	Cu
Porosity	0.5	0.7	0.9
Darcy number	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}

Table 3. The rank and contribution of the current parameters

Parameter	Rank	Contribution (%)
Reynolds number	3	7.58
Hartmann number	4	3.36
NPs type	1	62.79
NPs fraction	5	3.20
Obstacle size (cm)	2	20.71
Obstacle type	6	0.69
Porosity	8	0.26
Darcy number	7	0.31

Table 3 shows that the nanoparticles type is the most influential parameter, followed by the obstacle size and the Reynolds number.

To verify the findings of the Taguchi method and to obtain the percent of contribution of each of the parameters, the analysis of variance is applied to the results of the Taguchi method. The outcomes are reported in Table 3. It is evident that the nanoparticles type has the greatest effect on the heat transfer, with the contribution ratio of 62.79%. The second and the third influential parameters were found to be the obstacle size and the Reynolds number, with the contribution ratios of 20.71% and 7.58%, respectively. The results also show that the contribution ratios of the Hartmann number and the nanoparticles fraction are about 3%. In spite of that, it is clear that the influences of the porosity, type, and the Darcy number of the obstacle on the mean Nusselt number are almost negligible.

The Taguchi method shows that in the current flow problem, the optimum case belongs to: the Reynolds number of 300, the Hartmann number of 100, the nanoparticles fraction of 4%, the nanoparticles and the obstacle made up of copper, and the obstacle having the size of 4cm, the porosity of 0.5, and the Darcy number of 0.001.

4. Conclusion

In this study, the Darcy–Brinkman–Forchheimer model was implemented in the LBM method to simulate forced convection heat transfer of nanofluid in a channel with an externally–applied magnetic field and a porous obstacle. Then, effects of the Reynolds and Hartmann numbers, the type and fraction of the nanoparticles as well as the size, type, porosity, and the Darcy number of the obstacle on the heat transfer rate were analyzed through the Taguchi experimental design method. Based on the presented results, the following conclusions may be drawn:

1. The nanoparticles type produces the highest contribution on the heat transfer rate, with the contribution ratio of 62.79%.
2. The second and the third influential parameters are the obstacle size and the Reynolds number, with the contribution ratios of 20.71% and 7.58%, respectively.